

Riešenia 3. kola letnej časti

3.1 Víchor

vzorák Marcel, opravoval Marcel

Najprv si povedzme, čo to vlastne taký anemometer je, a na akom princípe funguje. Je to prístroj, ktorý slúži na meranie rýchlosti vetra. A ako funguje?

Keď si nájdeme niekde na internete obrázok anemometra, alebo sa pozrieme na obrázok v zadaní, každý mechanický anemometer má nejaké lopatky, ktoré sa otáčajú.

Keď si predstavíme, čo sa stane, keď naň fúka vietor, je celkom zrejmé, že sa začne točiť. Stane sa to preto, lebo lopatky anemometra majú nejaký odpor, a ten ich roztáča. Prečo by ale teda nemal fungovať náš anemometer?! Veď je taký podobný...

Čo sa deje, keď na jednu lopatku anemometra fúka vietor? Vietor na ňu pôsobí silou F , ktorá vytvára moment sily $M = F \cdot r$ a roztáča lopatku. Predstavme si ale viac lopatiek. Rovnakou silou pôsobí vietor aj na jednu, aj na druhú stranu, teda aj na lopatky na jednej strane, aj na tej druhej, a teda sa náš anemometer nemôže točiť.

Čo s tým vieme urobiť? Tak, musíme nejako zariadiť, aby tá druhá strana bola iná.

Napríklad môžeme zakryť tú druhú stranu, a potom na ňu nebude fúkať vietor. To ale nie je veľmi praktické, lebo v lete sa tam Terke nasťahujú pavúky, potom jej to toho zakrytovania naprší, potom to zmrzne, praskne...

Chceme teda vymyslieť niečo iné. Potrebujeme niečo, čo má z jednej strany iný odpor vzduchu (presnejšie koeficient odporu) ako z druhej. Po prezretí obrázkov zopár anemometrov prideme na tvar, ktorý sa používa. Je to polguľa, ktorá je zvnútra dutá. Na tej je vidieť, že z jednej strany ju vzduch celkom pohodlne obečie, kým z druhej do nej vojde a potlačí ju.

Niektorí z vás možno už vedia, že odporová sila $F = \frac{c \cdot s \cdot \rho \cdot v^2}{2}$, kde c je koeficient odporu, s je prierez, ρ je hustota prostredia (v našom prípade vzduchu) a v je rýchlosť. Koeficient odporu nám teda iba opisuje, ako veľmi bude vzduch okolo telesa obtekať a ako veľmi ho bude tlačiť. Z vypuklej strany má naša polguľa (presnejšie pólšféra) podľa tabuliek koeficient odporu okolo 0,4 a z dutej strany okolo 1,3. Teda sila tvorená vetrom na dutej strane bude väčšia a preto sa anemometer začne otáčať.

3.2 Ľad a oheň

vzorák Lukáš G. a Kubo K., opravovali Lukáš G. a Kubo K.

Marek potrebuje vyrezať kruhovú dieru do ľadu s využitím žeravého železného valca. Tento valec musí prejsť celou hrúbkou ľadu. Na to, aby prešiel ľadom, musí ho zohriať a roztopiť. Uvedomme si, že na to, aby všetok tento ľad zohrial a roztopil, musí mu dodať dostatočné množstvo tepla. Aké je však toto teplo? Podme ho vypočítať. Aby sme mohli teplo potrebné na zohriatie a roztopenie ľadu vypočítať, musíme poznať jeho objem. Nakoľko Marek otvor vyreže železným valcom, aj diera v ľade bude mať tvar valca. Jeho polomer bude $r = 0,2$ m (rovnako ako polomer valca) a jeho výška bude $h = 0,3$ m (rovnako ako hrúbka ľadu). Vieme teda vyjadriť objem ako

$$V_{\text{ľad}} = \pi r^2 h.$$

Z objemu vieme vypočítať hmotnosť ľadu

$$m_{\text{ľad}} = V_{\text{ľad}} \rho_{\text{ľad}} = \pi r^2 h \rho_{\text{ľad}},$$

kde $\rho_{\text{ľad}}$ je hustota ľadu. No a teraz už môžeme prejsť k samotnému výpočtu tepla. Z tzv. *kalorimetrickej rovnice*

$$Q = c_{\text{ľad}} m_{\text{ľad}} \Delta t_{\text{ľad}}$$

vieme vypočítať teplo potrebné na zohriatie ľadu ($c_{\text{ľad}}$ je hmotnostná tepelná kapacita ľadu a $\Delta t_{\text{ľad}}$ je rozdiel teplôt, ktorý pri zohrievaní ľad prekoná) a z rovnice *skupenského tepla topenia*

$$L_t = l_{\text{ľad}} m_{\text{ľad}}$$

zas vieme vypočítať teplo potrebné na jeho roztopenie ($l_{\text{ľad}}$ je merné skupenské teplo topenia/tuhnutia ľadu). Súčtom týchto dvoch rovníc dostaneme teplo, ktoré je potrebné dodať ľadu s teplotou -4°C na jeho úplné roztopenie (označme ho $Q_{\text{ľad}}$):

$$\begin{aligned} Q_{\text{ľad}} &= Q + L_t = c_{\text{ľad}} m_{\text{ľad}} \Delta t_{\text{ľad}} + l_{\text{ľad}} m_{\text{ľad}} = m_{\text{ľad}} (c_{\text{ľad}} \Delta t_{\text{ľad}} + l_{\text{ľad}}), \\ &= \pi r^2 h \rho_{\text{ľad}} (c_{\text{ľad}} \Delta t_{\text{ľad}} + l_{\text{ľad}}), \\ &= \pi \cdot (0,2 \text{ m})^2 \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 916,7 \text{ kg/m}^3 \cdot (2,1 \text{ kJ/(kg}^\circ\text{C)} \cdot 4^\circ\text{C} + 333,7 \text{ kJ/kg}) \end{aligned}$$

a teda

$$Q_{\text{ľad}} \approx 11\,822,56 \text{ kJ}.$$

Výborne. Máme zistené, koľko tepla potrebujeme dodať ľadu. Sme mu však schopní toľko tepla poskytnúť? Odovzdá železný valec pri jeho schladzovaní aspoň $Q_{\text{ľad}}$ tepla? Poďme sa na to pozrieť. Železný valec pri svojom ochladzovaní z 1000°C na 0°C odovzdá okoliu nejaké množstvo tepla. Túto hodnotu vieme opäť vypočítať pomocou kalorimetrickej rovnice:

$$Q_{\text{železo}} = c_{\text{železo}} m_{\text{železo}} \Delta t_{\text{železo}},$$

kde $c_{\text{železo}}$ je hmotnostná tepelná kapacita železa, $m_{\text{železo}}$ je hmotnosť železného valca a $\Delta t_{\text{železo}}$ je rozdiel teplôt, ktorý železný valec pri ochladzovaní prekoná.

$$Q_{\text{železo}} = 0,452 \text{ kJ/(kg}^\circ\text{C)} \cdot 20 \text{ kg} \cdot 1000^\circ\text{C},$$

$$Q_{\text{železo}} = 9040 \text{ kJ}.$$

Vidíme, že teplo, ktoré je schopné poskytnúť železo, je menšie ako teplo, ktoré potrebuje ľad na svoje zohriatie a následné úplné roztopenie. To znamená, že Marekovi sa žiaľ dieru v ľade týmto valcom vyrezať nepodarí.

Samozrejme, ak by sme aj dostali na konci, že $Q_{\text{železo}} \geq Q_{\text{ľad}}$, v reálnom svete to ešte stále nemusí znamenať, že sa nám dieru vyrezať podarí. Dôvodom je, že železný valec svoje teplo neodovzdáva len ľadu, ale aj okolitému prostrediu.

3.3 Tri oriešky

vzorák Krtko, opravoval Krtko

Ako prvú vec potrebnú na realizovanie tohto pokusu si musíme zohnať orechy (aspoň jeden). To sa však určite dá zvládnuť aj v tomto ročnom období, keď nám orechy nerastú. Akonáhle získame orechy, môžeme zvoliť niekoľko metód, ktorými sa vieme dopracovať k našej superkvapaline.

Metóda pokusu a omylu

Prvým spôsobom je jednoducho skúšať kvapaliny rôznych hustôt. Ak ich budeme skúšať systematicky, po pomerne krátkom čase narazíme na kvapalinu so správnou hustotou, v ktorej jadro bude plávať a škrupina padne na dno.

Metóda zistenia hustoty jadra a škrupiny

Táto metóda sa môže zdať zložitejšia, avšak vďaka jej pomoci vieme objaviť aj kvapaliny, ktoré nám nie sú dostupné.

Najjednoduchšie sa hustota meria nepriamo, čiže zmeraním hmotnosti a objemu. Hmotnosť zvládne zmerať každý s ako-tak presnou váhou. Objem sa však meria zložitejšie. Keď máte presný odmerný valec, do ktorého sa zmestí orech¹, tak ho naplňte vodou a potom vložte dnu časť orecha². Zmerajte rozdiel medzi pôvodnou výškou hladiny a tou po vložení časti orecha.

Pokiaľ však nemáte dostatočne presný odmerný valec, objem viete zmerať nepriamo aj pomocou rovnoramenných váh a Archimedovho zákona³ alebo aj pomocou obyčajnej váhy. V takom prípade treba odvážiť najprv časť orechu, ktorú meriame, potom plný pohár vody a následne plný pohár vody aj s časťou orecha. V tomto postupe využijeme, že objem vody, ktorý vytekol, keď sme vložili orech, sa rovná objemu časti orecha, ktorú sme vložili. A teda ak poznáme hustotu vody, vieme jednoducho vyrátať objem časti orecha a teda aj jej výslednú hustotu.

Tabuľka 1: Jadro orecha

m / g	V / ml	$\rho / \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
3	5	600
4	5	800
3	4	750

Tabuľka 2: Škrupina

m / g	V / ml	$\rho / \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
2	3	667
4	2	2000
3	6	500

Keď už vieme rozpätie hustôt, v ktorom sa má nachádzať naša kvapalina, môžeme zistiť, čo je to za kvapalinu. Nie je problém nájsť kvapalinu pre jednotlivé orechy. Pre môj prvý orech je to heptán, pre druhý voda a pre tretí napríklad benzín. Nájsť však jednu konkrétnu kvapalinu nie je možné, najmä preto, že každý orech je inak vyschnutý, narastený, ...

¹jadro a škrupinu meriame samozrejme zvlášť

²treba ju ponoriť

³ak chceš vedieť viac, prečítaj si vzorák 4. príkladu 1. kola 2. časti 32. ročníka FKS

Obrázok 1: *Druhý orech vo vode***Malý chyták na záver**

Aby sme teda našli nejakú univerzálnu kvapalinu, v ktorej väčšina orechových jadier padne na dno a škrupiny ostanú plávať, musíme využiť jeden dôležitý fakt a to tvar škrupiny. Škrupina je totiž schopná plávať na hladine ako lodička. Takže stačí nájsť akúkoľvek kvapalinu, v ktorej jadro padne na dno a škrupina sa udrží na hladine. Ja som to testoval s olejom a fungovalo to, aj keď podľa mojich nameraných hodnôt by nemalo. To je pravdepodobne spôsobené tým, že hmotnosť som meral s presnosťou na gramy a objem s presnosťou na mililitre.

Obrázok 2: *Druhý orech v oleji*

3.4 Krtečkove pochôdzky

vzorák **Marianka**, opravovala **Marianka**

Na začiatok si vyjadríme, akou silou tlačia Krtko a závažie na piesty. Krtko a závažie pôsobia na piesty gravitačnou silou, ktorá je kolmá na piesty. Najskôr si vyjadríme silu pre Krtka

$$F_{gK} = m_2 g$$

a hneď aj silu pre závažie

$$F_{gz} = m_1 g.$$

Vieme, že Krtko ťahá za lano, ktoré je cez kladku pripevnené o závažie, takže celková sila, ktorou bude závažie tlačiť na piest, bude $m_1 g - F$. Pretože lano ťahá závažie opačným smerom, ako gravitačná sila, závažie bude na piest pôsobiť menšou silou ako je gravitačná. Keď Krtko ťahá lano, tak sa nadľahčuje, keďže sa musí o lano zavesiť. Tým pádom bude pôsobiť menšou silou na piest, čo si vieme vyjadriť ako $m_2 g - F$. Sila pôsobiaca na kladku musí byť z oboch strán rovnaká, preto máme $-F$ na obidvoch stranách a nemáme tam nejaké dve odlišné sily.

Vďaka Pascalovmu zákonu vieme, že keď na kvapalinu pôsobia vonkajšie sily, tlak na kvapalinu je stále rovnaký. Tlak si taktiež vieme vyjadriť ako $p = \frac{F}{S}$, čo v našom prípade budú nami vyjadrené sily tlačiace na piesty a plocha piestov.

Keďže je tlak v kvapaline všade rovnaký, vieme napísať rovnicu, z ktorej si následne vyjadríme F . A to bude práve sila, ktorou Krtko ťahá lano.

$$p = \frac{m_1 g - F}{S_1} = \frac{m_2 g - F}{S_2},$$

Postupnými úpravami dostaneme

$$\frac{m_1 g - F}{S_1} = \frac{m_2 g - F}{S_2},$$

$$m_1 g S_2 - F S_2 = m_2 g S_1 - F S_1,$$

$$F S_1 - F S_2 = m_2 g S_1 - m_1 g S_2,$$

$$F(S_1 - S_2) = m_2 g S_1 - m_1 g S_2,$$

$$F = \frac{m_2 g S_1 - m_1 g S_2}{S_1 - S_2}.$$

Posledné, čo nám treba urobiť, je dosadiť do našej rovnice číselné hodnoty zo zadania.

$$F = \frac{113 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m}^2 - 70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m}^2}{3 \text{ m}^2 - 0,5 \text{ m}^2} \approx 1192 \text{ N}$$

Krtko teda ťahal lano silou asi 1192 N.

3.5 Zemjeplocha

vzorák Kubo H., opravoval Kubo H.

Takže podme si postupne prejsť všetky body a povedať si, kde je v úvahe chyba.

- a. Piloti skutočne nemusia lietadlom smerovať nadol. Pomáha im v tom gravitácia, ktorá je práve tým hľadaným dôvodom, prečo sa tak pekne držia v požadovanej výške nad našou zemskou guľou.
- b. Na úvod si povedzme, ako je vlastne definovaná hmotnosť. Je to odpor voči zmenám pohybového stavu. Ak sa pozrieme na druhý Newtonov zákon, vidíme, že ak nejakou silou pôsobíme na väčší objekt, ani to s ním nehne, kým menší začne zrýchľovať. Prečo teda pri pôsobení tej istej gravitačnej sily vidíme presne opačné správanie? Veľkosť gravitačných síl totiž vôbec nie je rovnaká a i hory a oceány zrýchľujú smerom nadol, do zeme, lenže už nemajú kam ísť – zem ich nepustí. A otázka, či Zem odrazu nie je taká silná, je na mieste – hmotnosť telesa znamená i to, ako veľmi sa so Zemou (alebo čímkoľvek iným) priťahujú. A motýľ s malou hmotnosťou je priťahovaný dostatočne málo, aby mohol vzlietnuť.
- c. Zvuk sa nesie vzduchom. A na rovníku nie je ani vietor s rýchlosťou 1700 km/h, pretože spolu so Zemou sa otáča i jej plynový obal, naša atmosféra.
- d. Podobne ako zvuk, i lietadlo letí vzduchom, ktorý sa otáča spolu so Zemou. Keď poskočíte v idúcom autobuse, tiež sa pod vami neposunie o niekoľko metrov, kým ste vo vzduchu a neznamena to, že stojí. Obdobne to je i s lietadlom odlepivším sa od zeme.
- e. Tu je chyba v tom, čo sa vníma ako vodorovné. Keby išla trať po morskej hladine, tiež by bola zakrivená, lenže zakrivenie na tom-ktorom mieste je zanedbateľné. Okrem toho sa to nedá vnímať ako kopec nahor či nadol, pretože po celej hladine mora má vlak rovnakú potenciálnu energiu.
- f. Keď pôjdete do tmavej miestnosti a z diaľky zasvietite baterkou na kartón s vhodne veľkou dierou, uvidíte to isté. Svetlo sa začne od tejto diery ďalej rozptyľovať. Tomuto javu sa hovorí difrakcia a nehovorí nám nič o skutočnej vzdialenosti Slnka.
- g. Tycho samozrejme uvažoval veľmi rozumne. No vtedy sa ešte nevedelo, že hviezdy sú od nás tak ďaleko, že nejaký náš pohyb nezaváži. Keď sa i vy zahľadíte na dva objekty ktoré sú od vás dosť ďaleko, tiež sa vzhľadom na seba nebudú hýbať pri vašom pohybe.
- h. A toto je maximálne zavádzanie! Isteže sa to dá predstaviť. Keď si predstavíte pozorovateľa naozaj blízko pri naozaj veľkej guľi, zistíte, že vidí rovný horizont.

Tak sa nám podarilo vyvrátiť týchto 8 dôkazov plochej Zeme. Čo to znamená? Zistili sme, že Zem je guľatá? Nie, to sa nedá povedať. Samozrejme, vieme že Zem v skutočnosti približne guľatá je, no my sme nič definitívne nedokázali – iba sme vyvrátili niekoľko naozaj zlých argumentov. No naozaj zlé argumenty by sa dali vymyslieť i proti plochej Zemi a ich vyvrátenie by neznamenal, že Zem je plochá.