

Vzorové riešenia 1. kola zimnej časti 2015/2016

1.1 Balistika (opravoval Marek Murín, vzorák Martin Gažo)

Tento príklad je interaktívny a jeho zadanie je len v elektronickej podobe, ktorú nájdete na našej internetovej stránke <https://ufo.fks.sk/>.

Dúfame, že sa vám interaktívna úloha páčila, neskôr sa objavia aj ďalšie interaktívne úlohy. Úloha bola rozdelená na viacero častí, podme na to pekne po poriadku.

Časť 1. V prvej podúlohe máme určiť optimálny uhol pre zadaný polomer. Teda taký uhol, pod ktorým doletí lopta so zadaným polomerom najďalej. Nastavíme teda polomer na hodnotu 3 a postupne meníme uhol od nuly až po 90° , napríklad po 10° . Získavame takéto hodnoty:

Uhol	Dostrel
10°	72,092
20°	118,072
30°	144,267
40°	153,695
50°	147,995
60°	128,254
70°	95,554
80°	51,616
90°	0,000

Tab. 1: Hodnoty pre hmotnosť nastavenú na 3

Môžeme si všimnúť, že optimálny uhol¹ bude niekde okolo 40° . Ak chceme poznať uhol lepšie, mali by sme zhustiť krok. Ale kde presne? Všimnite si, že aj keď sme namerali najvyššiu hodnotu pri 40° , optimálny uhol môže stále byť väčší, aj menší ako 40 stupňov. Nemal by však už byť menší ako 30° , ani väčší ako 50° , keďže tam už závislosť očividne klesá. V tomto rozsahu teda zhustíme krok – teda vyskúšame uhly medzi 30° a 50° ,

¹Na zopakovanie, to je ten, pri ktorom má lopta najväčší dolet.

Generálny partner



Partneri



PosAm



Mediálny partner



GRATEX
INTERNATIONAL

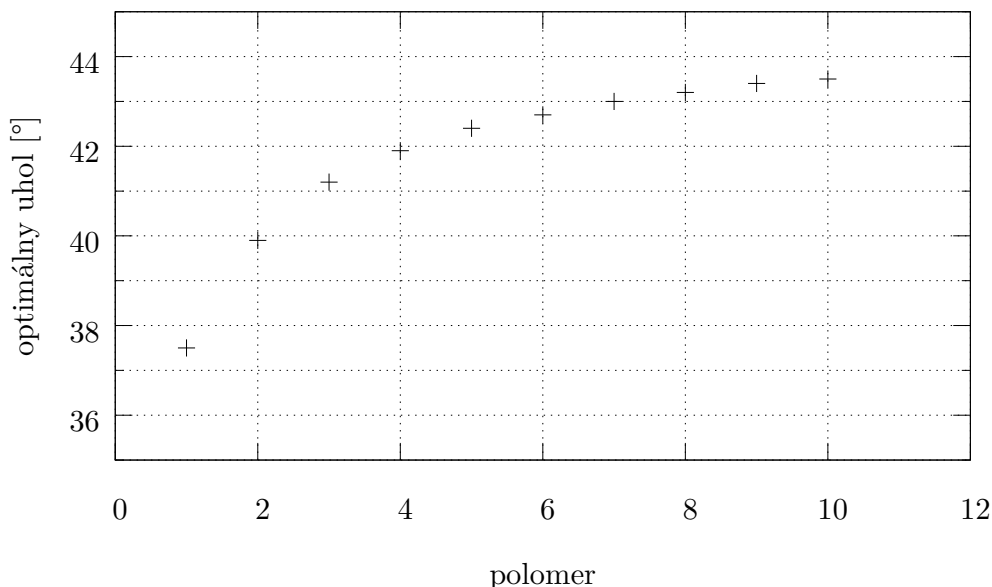
napríklad po 1° . Zistíme, že najďalej dostrelíme pri 41° . Ak chceme byť ešte presnejší, vyskúšame uhly medzi 40° a 42° po $0,1^\circ$. Postupne tak dôjdeme tomu, že výsledný uhol leží v intervale $(41,0^\circ; 41,3^\circ)$.

Všimnime si, že keď sme postupne zväčšovali uhol od 0° po 90° , dostrel sa najprv zväčšoval, až kým sme nedosiahli optimálny uhol a potom sa dostrel už iba zmenšoval. Tento fakt môžeme využiť, keď budeme hľadať optimálny uhol v iných podúlohách. Vďaka nemu totiž vieme veľmi ľahko zistiť, či je optimálny uhol väčší, alebo menší ako nejaká hodnota. Ak nás napríklad zaujíma, či je optimálny uhol väčší, alebo menší ako 30° , spustíme simuláciu pre 30° a pre $30,1^\circ$. Môžu nastať dva prípady:

- Ak sme ďalej dostrelili pri uhle 30° , znamená to, že optimálny uhol nemôže byť väčší než $30,1^\circ$ – keďže dostrel po zväčšení uhla klesol, tak sme buď už za optimálnym uhlom a vzdalujeme sa od neho, alebo je optimálny uhol niekde medzi 30° a $30,1^\circ$.
- Ak sme ďalej dostrelili pri uhle $30,1^\circ$, optimálny uhol nemôže byť menší ako 30° , z podobných dôvodov.

S pomocou tejto techniky vieme optimálny uhol nájsť podstatne rýchlejšie, než prvou metódou.

Ďalšia podúloha je v podstate zovšeobecnením tej predošlej, máme zistiť graf závislosti optimálneho uhla od polomeru lopty. Tu sa už skutočne oplátiť vedieť hľadať optimálne uhly rýchlejšie. My sme zvolili krok polomeru 1, a tak sme získali 9 rôznych hodnôt pre optimálny uhol. Tieto sme nakreslili do grafu, ktorý je na obr. 1.

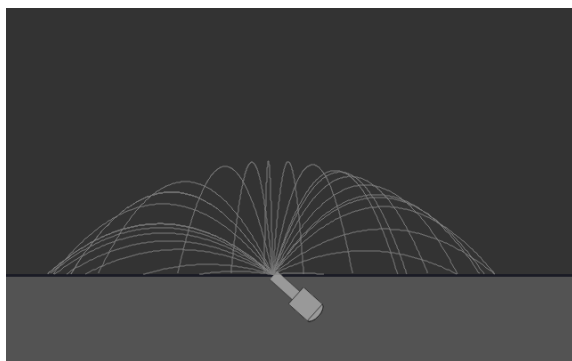


Obr. 1: Graf závislosti optimálneho uhla od polomeru

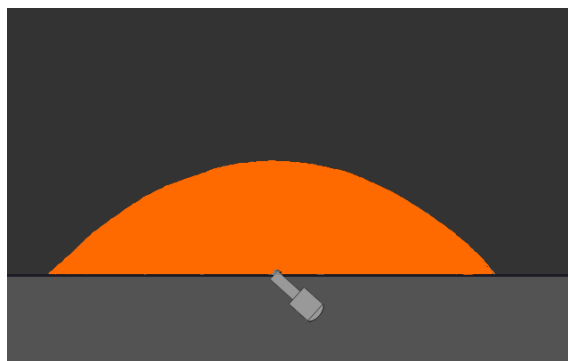
Čo tento graf znamená? Ako si môžete všimnúť, s rastúcim polomerom sa optimálny uhol približuje k nejakému číslu (odborne hovoríme, že *konverguje*). Pri širšom rozsahu polomerov by sme si všimli, že optimálny uhol konverguje k hodnote 45° . V živote je

väčšinou pri hode loptou optimálny uhol už okolo 44 až 45 stupňov (nikdy nepresahuje 45°), no akonáhle hádzate ľahkou loptou, napríklad nafukovacou loptou do vody, optimálny uhol klesá. Ak teda chcete dostreliť čo najďalej, s bežnými loptami sa snažte strieľať pod uhlom 45° , pri ľahších loptách sa vám tento uhol oplatí ešte jemne zmenšiť.

Časť 2. Máme zistiť, ako vyzerá plocha miest, kam vie Samko dostreliť (kde všade sa môže počas letu nachádzať vystrelená lopta). Budeme teda postupne meniť uhol od 0° až po 180° po nejakých malých dielikoch a čiary (ktoré sa tentoraz zaznamenávajú) nám postupne približne označia hľadanú plochu. Celé to mohlo po niekoľkých výstreloch vyzeráť tak, ako na obrázku 2. Z týchto čiar už môžeme pomerne dobre odhadnúť, ako bude vyzeráť celá plocha.



Obr. 2: Po niekoľkých výstreloch

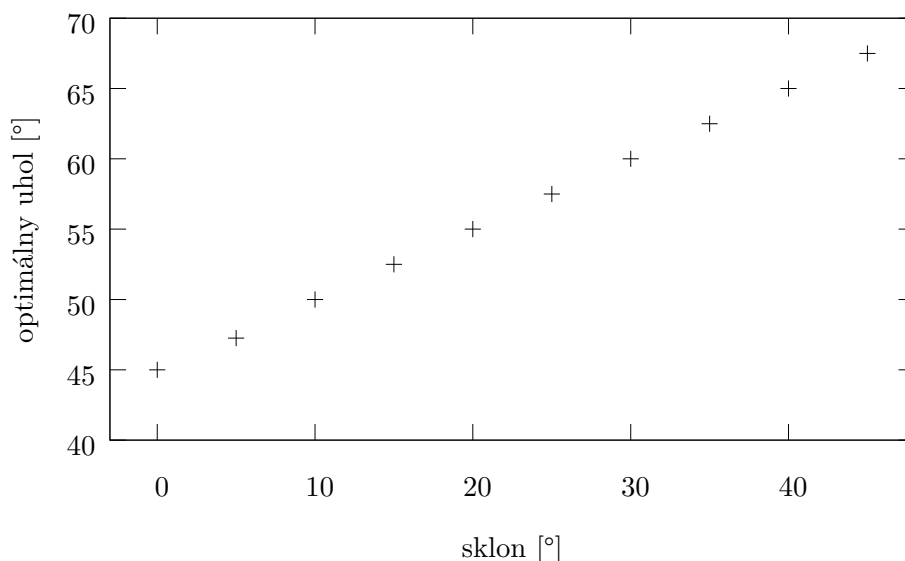


Obr. 3: Celková plocha

Bonusom bolo určiť krivku ktorá túto oblasť ohraničuje. Dalo sa k tomu postupovať rôzne, napríklad si na papier alebo v programe zistiť súradnice okrajov, tie si nakresliť do grafu a z toho sa snažiť určiť, aká krivka by tomu zodpovedala. Práca s vhodným programom túto činnosť výrazne spríjemňovala – mohli ste skúsiť body prekladať rôznymi funkciami a vybrať tú, ktorá sa krivke najviac podobala. Alebo sa takáto vec dá aj spočítať, no to sme od vás nečakali (napriek tomu, že to bolo v bonusovej časti).

Tak či onak, správnym výsledkom bola *parabola*, čo aj na pohľad vyzerá uveriteľne.

Časť 3. Nakoniec máme zistiť závislosť optimálneho uhla od sklonu roviny. Pri hľadaní optimálneho uhla pre každý sklon roviny sa dalo postupovať obdobne ako v prvej úlohe. Sklon meníme v rozumnom rozostupe (napríklad 5° – čo zodpovedá 9-tim hodnotám v grafe). Výsledky uvádzame rovno v grafe na obrázku 4.



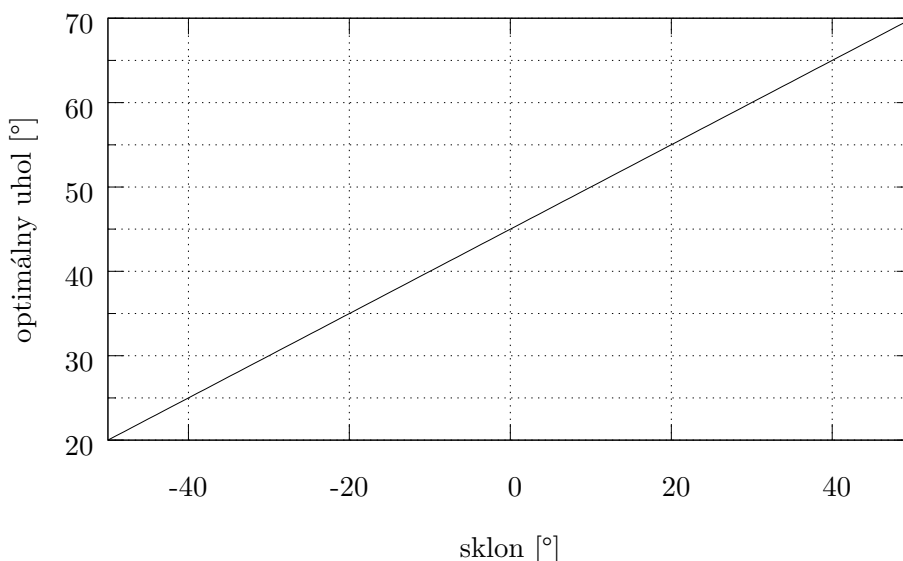
Obr. 4: Graf závislosti optimálneho uhlu od sklonu roviny

Z grafu sa dá vypožorovať, že všetky hodnoty ležia na jednej priamke! Aký neočakávaný výsledok! Skúsme určiť, ako by mala vyzeráť funkcia popisujúca túto závislosť, označme ju $f(\alpha)$. Keďže sa jedná o lineárnu závislosť – funkcia má tvar $f(\alpha) = a \cdot \alpha + b$ – stačí nám určiť dva koeficienty: a a b . Pre $\alpha = 0$ je dolet jasne $f(0) = 45^\circ$, takže $b = 45^\circ$. Koeficient a zistíme z ďalšieho bodu (najlepšie toho navzdialenejšieho, aby sme mali čo najmenšiu chybu) ako $a = \frac{1}{2}$. Celková závislosť bude mať tvar

$$f(\alpha) = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}.$$

To, čo sme tu spravili, nazývame *lineárna regresia* alebo *preloženie priamkou*. V tomto prípade to bolo ľahké, pretože všetky body naozaj tvorili priamku, no v skutočnosti bývajú merania nepresné, a teda netvorí *naozaj* priamku. V takom prípade sa snažíme nájsť priamku, na ktorej body ležia aspoň približne. Vtedy je už regresia zložitejšia a najjednoduchšie je ju spraviť pomocou počítača, napríklad použitím tabuľkového kalkulátora.

Odhadovanie, ako bude závislosť vyzeráť pre klesajúcu rovinu, spravíme čo najjednoduchšie – budeme predpokladať, že závislosť je lineárna aj v záporných hodnotách. Takýto odhad závislosti *mimo* nameraných hodnôt sa volá *extrapolácia*. Odhadovanie *medzi* nameranými hodnotami sa volá *interpolácia*. Takže graf extrapolovanej a interpolovanej závislosti by mal vyzeráť tak, ako na obrázku 5.



Obr. 5: Odhadovaný graf závislosti optimálneho uhlu od sklonu roviny

1.2 Ako odmerať meter? (opravovali Samo a Samo, vzorák Baklažán)

Jurko na narodeniny dostal vreckový nožík, všetkých päť dielov *Stopárovho sprievodcu galaxiou* a desaťmetrový kus koľajnice. Na tom by rád vyznačil jednometrové dieliky. Ako na potvoru však nevie nájsť žiadne pravítko, ani meter. Zato má k dispozícii 1 kg bravčového karé, zelenú fixku (ktorá píše aj na koľajnici), presné stopky, teplomer, zrkadielko, desaťmetrový sklenenú rúru, tri dvojlitrové plastové fľaše, plastelínu, rebrík so siedmimi šteblíkmi, zdroj vody (kohútik), spomínaný nožík a päť dielov *Stopára* a kamarátov Janka a Samka, ktorí mu ochotne pomôžu. Je slnečno a teplomer ukazuje 24°C. Pomôžte Jurkovi a navrhните spôsob, ktorým by pomocou vymenovaných predmetov mohol vyznačiť metrové dieliky na koľajnici.

Táto úloha mala viacero riešení, tu si ukážeme len niektoré z nich.

Riešenie prvé: čapovanie vody V tomto riešení využijeme, že poznáme dĺžku sklenenej rúry. Rúru dáme do zvislej alebo šikmej polohy (môžeme napríklad jeden jej koniec podložiť knihami) a jej spodný koniec zapcháme (napríklad plastelínou, alebo kamarátovou dlaňou). Následne začneme do horného konca pomaly liať vodu. Ak budeme liať vodu rovnomerne (teda za rovnaký čas nalejeme do rúry vždy rovnako veľa vody), hladina vody v rúre bude tiež stúpať rovnomerne. Keď teda pomocou stopiek odmeriame, ako dlho trvalo naplnenie celej desaťmetrovej rúry vodou, ľahko vypočítame, za aký čas sa naplnila jedna desatina rúry (a teda za aký čas stúpila hladina vody o jeden meter) – bude to jedna desatina celkového času plnenia rúry. Tento čas si označme t .

Potom rúru vyprázdňime, znovu zapcháme jej spodný koniec a znovu do vrchného konca začneme liať vodu, s rovnakým prietokom ako pri prvom nalievaní. V nejakom okamihu si na rúre fixou urobíme značku na mieste, kde je práve hladina vody a spustíme stopky. Počkáme čas t a urobíme ďalšiu značku, opäť na mieste, kde je práve hladina. Na rúre budeme mať dve značky vzdialené od seba jeden meter, môžeme ju teda použiť ako pravítko a vyznačiť s jej pomocou metrové dieliky na koľajnici.

Ostáva nám ešte vymyslieť, ako docieľiť, aby sme vodu do rúry liali rovnomerne. Ak do rúry vieme liať vodu priamo z kohútika, je to jednoduché – na začiatku pustíme vodu, a potom s kohútikom nehýbeme, aby voda tiekla stále s rovnakým prietokom. Ak takúto možnosť nemáme, môžeme napríklad do jednej z fliaš v spodnej časti urobiť pomocou nožička dieru, následne fľašu naplniť a stále do nej dolievať vodu tak, aby bola vždy plná. Keďže hladina vody vo fľaši bude stále rovnaká, z diery bude voda striekať stále rovnako.

Riešenie druhé: tieň rebríka Toto riešenie využíva, že priečky² sú na rebríku v rovnomerných rozstupoch. Funguje iba ráno a večer, keď je Slnko nízko nad obzorom a tieň sú dlhé. Ak náhodou práve nie je práve takáto časť dňa, môžeme si čakanie na ňu spríjemniť čítaním *Stopára*, jedením bravčového karé alebo modelovaním z plastelíny.

Kolajnicu položíme na zem tak, aby smerovala k Slnku (teda zhruba vo východozápadnom smere). Pri jej konci, ktorý je bližšie k Slnku, vztýčíme rebrík tak, aby vrhal tieň na kolajnicu. Vhodne ho posunieme a nakloníme, aby na začiatok kolajnice dopadal tieň prvej priečky odspodu a na koniec kolajnice tieň šiestej priečky. Tieň druhej až piatej priečky nám na kolajnici vyznačia dvojmetrové dieliky, tie označíme aj fixou. Kolajnicu teda máme rozdelenú na päť dvojmetrových kusov, každý z nich ešte potrebujeme rozdeliť na polovicu.

Zopakujeme ten istý trik: tentoraz umiestnime rebrík tak, aby bol tieň prvej priečky na začiatku kolajnice a tieň siedmeho na značke šesť metrov od začiatku. Tieň ostatných priečok nám prvých šesť metrov kolajnice rozdelia na metrové kusy, ktoré označíme fixou. Nakoniec ešte rebrík posunieme tak, aby prvá priečka vrhala tieň na značku štyri metre od začiatku, siedma priečka na koniec kolajnice a povyznačujeme aj zostávajúce značky.

Pri tomto riešení sme sa tvárili, akoby boli tieň priečok tenké čiary, čo ale v skutočnosti nie je pravda. Tento problém vyriešime jednoducho: namiesto „tieňa priečky“ budeme vždy brať do úvahy spodnú hranicu³ tohoto tieňa.

A aby sme nezabudli: ak sa vám náhodou nechce manipulovať s kolajnicou vážiacou niekoľko stovák kilogramov, môžete dieliky najprv vyznačiť na sklenenej rúre a potom ju použiť ako pravítko.

1.3 Padajúce balóny (opravoval a vzorákoval Dušan)

Viete ako závisí čas pádu balóna od jeho polomeru? Že nie? Tak to teraz napravíme! Zoberte si balón a nafúknite ho postupne na aspoň päť rozumne rôznych polomerov.⁴ Následne pre každý polomer odmerajte čas pádu balóna z dvoch metrov na zem. Meranie opakujte aspoň trikrát pre každý z piatich polomerov a následne merania pre tie isté polomery spriemerujte.

Polomer môžete zmerať tak, že špagátom najprv odmeriate obvod balóna, a potom si s prižmurými očami poviete, že balón je vlastne guľa. Nezabudnite odhadnúť možné chyby merania a popísať možné zdroje nepresnosti.

Ešte pred tým, než začneme merať experiment, by sme sa mali zamyslieť nad tým, aké výsledky môžeme očakávať. Jediné, čo budeme v experimente meniť, je veľkosť balóna. Zo skúsenosti vieme, že čím väčší je pohybujúci sa predmet, tým väčší odpor mu kladie vzduch. Tiež je ale pravda, že ťažšie predmety odpor vzduchu spomaľuje menej, než ľahšie

²V zadaní šteblíky, za lingvistickú vložku zemlínko-šariškého nárečia ďakujeme vedúcim z východu.

³To je tá najbližšie k rebríku.

⁴Dobrý nápad je napríklad skúsiť balón nafúknuť skoro až do prasknutia, a potom z neho postupne vyfukovať tak, aby sa polomer zmenšoval približne o rovnakú dĺžku.

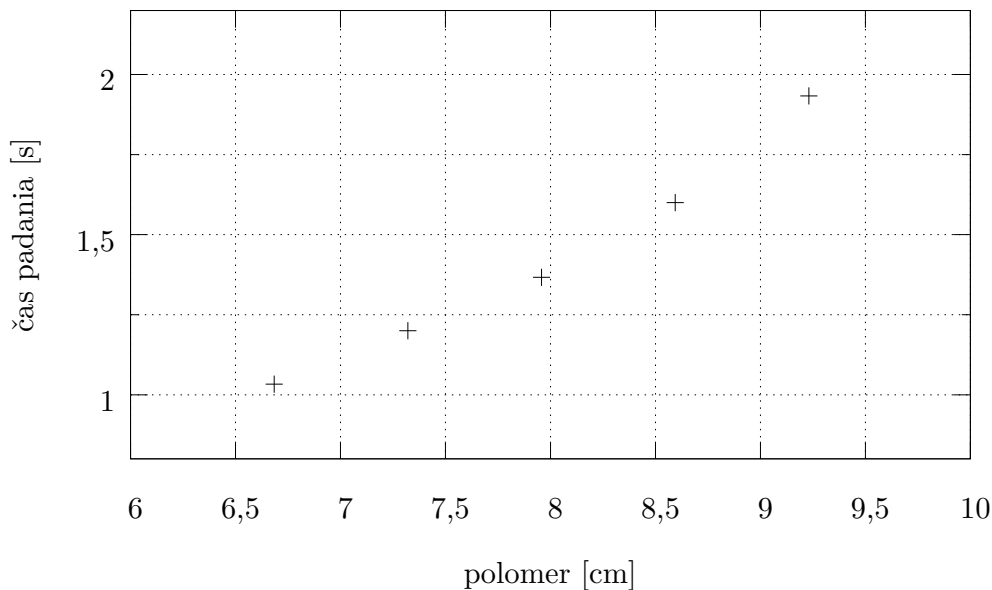
l [cm]	r [cm]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	$\bar{t}$ [s]
42	6,68	1,0	1,1	1,0	1,03
46	7,32	1,2	1,3	1,1	1,20
50	7,96	1,4	1,4	1,3	1,37
54	8,56	1,4	1,6	1,8	1,60
58	9,23	1,9	1,8	2,1	1,93

Tab. 2: Namerané časy pádov z 2 metrov v závislosti od veľkosti balóna

predmety rovnakej veľkosti a tvaru. To však v našom prípade nie je dôležité, keďže viac nafúkaný balón nie je o nič ťažší, než menej nafúkaný balón ⁵. To teda znamená, že väčšie balóny by mali padať dlhšie ako menšie.

Keď už máme všetko rozmyslené, pustíme sa do experimentu. Tak ako hovorí zadanie. Vezmeme balón a nafúkame ho. Zmeriame obvod, čiže aj polomer, špagátom a pustíme balón z výšky dvoch metrov. Toto zopakujeme trikrát pre päť rôznych veľkostí. My sme dostali takéto výsledky:

V tabuľke máme namerané hodnoty, pričom l je obvod balóna, $r = \frac{l}{2\pi}$ je polomer balóna, a $\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$ je priemerný čas pádu.



Obr. 6: Graf závislosti priemerného času padania balóna od jeho polomeru

Často sa opatí vyniesť namerané hodnoty do grafu, aby sme naozaj videli, aké závislosti sme namerali. V našom prípade to nebolo nič komplikované, no aj tak je oveľa lepšie vidieť, že čím väčší máme balón, tým dlhšie padá.

⁵Mohli by ste tvrdiť, že keď balón viac nafúkame, bude ťažší, lebo aj vzduch v ňom má nenulovú hmotnosť. Argument je síce pravdivý, avšak tiaž vzduchu v balóne sa vykompenzuje tým, že na väčší balón pôsobí vo vzduchu väčšia vztlaková sila.

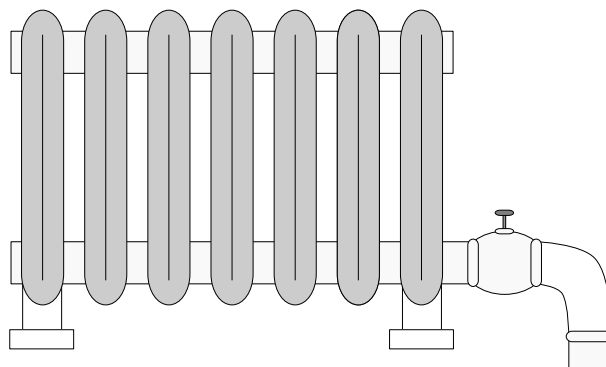
Ostáva posledná vec, a to zamyslieť sa nad presnosťou nášho merania. Keď sa pozrieme na namerané údaje, môžeme s určitosťou povedať, že reálna hodnota, ktorú by sme v ideálnom prípade mali namerať, sa od priemernej nelíši o viac ako 0,2 s. Tento horný odhad nám bez problémov stačí, keďže rozdiely medzi priemernými hodnotami sú na tej istej úrovni. Hlbšiu štatistiku tu robiť nebudeme.

Ešte zaujímavejšia záležitosť sú zdroje našej nepresnosti merania. V prvom rade tu je nesymetrickosť balóna. Raz ho pustíme nafukovacím otvorom nadol, raz nahor, jednoducho vždy inak. V závislosti od tejto počiatočnej podmienky bude náš balón padať rôzne. Keď sa na jeho pád pozriete, zistíte, že padá skôr ako pierko plachtiace vzduchom, než ako bowlingová guľa. Ďalším zdrojom nepresností je náš reakčný čas pri mačkaní stopiek. Ak pád neanalyzujeme z videa, tak v nejakých tých stotínach až desatinách sekúnd budú rozdiely. No a v neposlednom rade tu je meranie obvodu balóna. Pochybujem, že sa niekomu podarí odmerať obvod balóna presne v strede, keďže je to skôr šiška. Preto, ak to nie je maximálny, ani minimálny obvod, tak je to dobre. Čo sa týka nepresnosti meracích prístrojov, ako sú pravítko a stopky, tak tá je oveľa menšia, ako nepresnosti spôsobené vyššie spomínanými zdrojmi.

To je z experimentálky všetko a tešíme sa, že vás experimenty stále bavia.

1.4 Netradičný radiátor (opravoval Paťo, vzorák Katka Kmeťová)

U nás sa obyčajne používajú radiátory, ku ktorým vedú dve rúry: jednou priteká horúca voda a druhou odteká chladnejšia voda. Samašec však nedávno videl radiátor, ku ktorému viedla iba jedna rúra, a to iba zospodu, inak vyzeral radiátor úplne normálne. Nejak mu to nedalo a tak sa začal zamýšľať, ako vlastne takýto radiátor môže fungovať. Čo teda radiátorom prúdi? Ako to, že to môže prichádzať aj odchádzať tou istou rúrou a napriek tomu radiátor hreje?



Obr. 7: Radiátor

Ohrievadlo v radiátore má jednu rúrou vojsť dnu aj vyjsť von. Vnútri sa teda musí niečo zmeniť – prečo inak by to najprv išlo jedným a potom druhým smerom? No a načo máme radiátor? Aby nás ohrieval. Teda odovzdával nám svoju energiu. Keďže platí zákon zachovania energie, ohrievadlo sa pri tom musí ochadzovať.

Jedna z vlastností látok, ktoré sa menia na základe teploty, je skupenstvo. Poznáme plynné, kvapalné a tuhé. Pre každú látku máme tabuľkovú hodnotu teploty, ktorú keď táto látka dosiahne, zmení sa z kvapaliny na plyn. Tento jav voláme vyparovanie. Naopak, keď klesne teplota látky pod túto hodnotu, látka z kondenzuje. To znamená, že sa zmení z plynu na kvapalinu. Túto hodnotu voláme teplota vyparovania.

Čo keby do radiátora prichádzalo ohrievadlo v plynnom skupenstve a odchádzalo v kvapalnom skupenstve? To by dokonca fungovalo aj s vodou, ktorá je aj v dvojrúrovom radiátore. Teplota vyparovania vody pri atmosférickom tlaku je približne 100°C .

Vo forme vodnej pary voda stúpa rúrou až príde do radiátora. Tam sa ochladí, skondenzuje, vytvorí kvapky na stenách rúr radiátora a stečie späť dole.

Nie vždy sa jej podarí stiecť až úplne dole, môže sa jej cestou stať že sa znova zohreje a stane sa z nej vodná para.

1.5 Lyžovačka (opravoval Jarka, vzorák Paťo)

Jožko sa bol v zime lyžovať na svahu s kotvovým vlekcom. Keď čakal v rade na vlek, všimol si, že voľná kotva prichádza raz za 5 sekúnd. Tiež si odstopoval, že cesta vlekcom na vrch kopca mu trvala presne jednu minútu. Po tom, čo vystúpil z vleku, sa spustil nadol konštantnou rýchlosťou. S lyžiarimi idúcimi vlekcom nahor sa pri tom míňal raz za 2 sekundy. Ako dlho Jožkovi trvala cesta nadol?

Aby sme sa v príklade vedeli dobre orientovať, všetky veličiny si prehľadne označíme písmenkami. Rýchlosť vleku si označíme u a časový interval medzi príchodmi dvoch kotiev $t_1 = 5\text{ s}$. Keďže kotvy prichádzajú v pravidelných časových rozostupoch, nie je ťažké si predstaviť, že aj ich vzájomné dĺžkové rozostupy (vzdialenosti medzi kotvami) budú rovnaké. Dĺžkový rozostup nazveme d a na základe predošlých viet platí $d = ut_1$.

Ďalej si označíme vzdialenosť medzi stanicami vleku ako D . Keďže Jožko odstopoval, že rýchlosťou u sa dostane na vrch kopca za čas $T_1 = 1\text{ min}$, platí $D = uT_1$ (podobne ako v predošlom prípade).

Ešte si potrebujeme vymyslieť označenie pre tri veličiny. Rýchlosť, ktorou sa Jožko spúšťa dolu z kopca, si označíme ako v a čas, za ktorý sa z kopca spustí, ako T_2 (všimnite si, že tento čas potrebujeme vypočítať). Opäť podobne, ako v predošlom prípade, musí platiť $D = vT_2$.

Nakoniec si ešte označíme dvojsekundový interval, v ktorom Jožko stretáva lyžiarov na vlekcu ako t_2 .

Vyzerá to beznádejne. Práve sme si označili kopu (osem) premenných, ale zadané máme len tri ($t_1 = 5\text{ s}$, $t_2 = 2\text{ s}$ a $T_1 = 1\text{ min}$). Nutne preto musíme nájsť nejakú rovnicu, ktorá premenné zväzuje dokopy.

Pozrime sa preto bližšie na to, čo sa deje počas toho, ako Jožko cestou dole svahom stretáva oprotiidúcich lyžiarov na vlekcu. Jožko vidí na vlekcu lyžiarov, ktorí sú od seba vzdialení d a približujú sa k nemu vždy rýchlosťou $(u + v)$ (protiidúce rýchlosti sa sčítavajú). Inak povedané, v momente, kedy Jožko míňa nejakého lyžiara, najbližší lyžiar je od neho vzdialený d , pohybuje sa rýchlosťou $(u + v)$ a Jožka minie za čas t_2 . Nutne teda musí platiť vzťah $d = (u + v)t_2$.

Toto vyjadrenie pre d a vyjadrenie z druhého odstavca môžeme dať navzájom do rovnosti:

$$ut_1 = (u + v)t_2.$$

Rovnicu môžeme upraviť tak, že z nej vyjadríme pomer u/v (vyskúšajte si):

$$\frac{u}{v} = \frac{t_2}{t_1 - t_2}.$$

Rovnako postupujeme aj v prípade dvoch vyjadrení pre D , nachádzajúcich sa v treťom a štvrtom odstavci:

$$uT_1 = vT_2.$$

Z tejto rovnice si vyjadríme hľadaný čas T_2 (opäť si skúste):

$$T_2 = \frac{u}{v} T_1.$$

Zostáva dosadiť za u/v z predošlej rovnice:

$$T_2 = \frac{t_2}{t_1 - t_2} T_1 = \frac{2 \text{ s}}{5 \text{ s} - 2 \text{ s}} \cdot 60 \text{ s} = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ s} = 40 \text{ s}.$$

Aj s minimom známych informácií sme teda dokázali vypočítať, že Jožkovi bude cesta nadol trvať presne 40 s.